

СПЕЦИФИКАЦИЯ
диагностической работы по математике
для 10 классов общеобразовательных организаций г. Москвы

Диагностическая работа проводится в соответствии с Распоряжением
Департамента образования города Москвы от 14 июля 2015 г. № 203р.
11 ноября 2015 г.

1. Назначение работы – оценить уровень общеобразовательной подготовки по математике обучающихся 10 классов общеобразовательных организаций г. Москвы. Работа проводится в соответствии с Федеральным законом Российской Федерации от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

2. Подходы к отбору содержания, разработке структуры КИМ

Структура работы отвечает принципам дифференцированного обучения математике в современной школе. Дифференциация обучения направлена на решение двух задач: формирования у всех обучающихся базовой математической подготовки, составляющей функциональную основу общего образования, и одновременного создания условий, способствующих получению частью обучающихся подготовки повышенного уровня, достаточной для активного использования математики во время дальнейшего обучения.

3. Характеристика структуры и содержания КИМ

Работа состоит из двух частей, в каждой из которых присутствуют задания по алгебре, геометрии и практико-ориентированные задания, предназначенные для проверки умения применять математические навыки и умения в повседневных ситуациях.

Первая часть состоит из 10 заданий с кратким ответом. При проверке базовой математической компетентности обучающиеся должны продемонстрировать владение основными алгоритмами, знание и понимание ключевых элементов содержания (математических понятий, их свойств, приёмов решения задач и проч.), умение пользоваться математической записью, применять знания к решению математических задач, не сводящихся к прямому применению алгоритма, а также применять математические знания в простейших практических ситуациях.

Вторая часть состоит из 4 заданий с развернутым ответом. Назначение заданий второй части – дифференцировать хорошо успевающих школьников по уровням подготовки, выявить наиболее подготовленных учащихся. Вторая часть содержит задания повышенного уровня сложности из различных разделов курса математики. Все задания требуют записи решений и ответа. Задания расположены по нарастанию трудности – от простых к сложным, предполагающим свободное владение материалом курса и высокий уровень математической культуры.

Всего в работе 14 заданий.

Табл. 1. Характеристики частей работы

№	Часть работы	Тип заданий	Количество заданий	Максимальный балл
1	Часть 1	С кратким ответом	10	10
2	Часть 2	С развернутым ответом	4	8
	Итого		14	18

4. Распределение заданий КИМ по содержанию и проверяемым умениям

Часть 1. В этой части диагностической работы содержатся задания по всем ключевым разделам математики основной школы. Количество заданий по каждому из разделов примерно соответствует удельному весу этого раздела в курсе. Распределение заданий по разделам содержания и требований приведено в таблицах 2 и 3.

Табл. 2. Распределение заданий части 1 по разделам содержания

Код раздела содержания	Название раздела содержания	Количество заданий
1	Числа и вычисления	3
2	Алгебраические выражения	1
3	Уравнения и неравенства	1
6	Координаты на прямой и плоскости	1
7	Геометрия	3
8	Статистика и теория вероятностей	1

Табл. 3. Распределение заданий части 1 по разделам требований

Код раздела требований	Название требования	Количество заданий
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	3
2	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	1
3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	1
5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	3
6	Уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события	1
7	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	1

Часть 2. Задания части 2 направлены на проверку таких качеств математической подготовки обучающихся, как:

- уверенное владение алгебраическим аппаратом;
- умение решить задачу, комбинируя знания из разных тем курса;
- умение математически грамотно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- владение широким спектром приёмов и способов рассуждений.

Распределение заданий части 2 по разделам содержания курса и требований к уровню подготовки обучающихся представлено в таблицах 4 и 5.

Табл. 4. Распределение заданий части 2 по разделам содержания

Код раздела содержания	Название раздела содержания	Количество заданий
1	Числа и вычисления	1
2	Алгебраические выражения	1
5	Функции	1
7	Геометрия	1

Табл. 5. Распределение заданий части 2 по разделам требований

Код раздела требований	Название требования	Количество заданий
2	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	1
4	Уметь строить и читать графики функций	1
5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	1
7	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и использовать простейшие математические модели	1

5. Продолжительность диагностической работы

На выполнение диагностической работы отводится **90 минут**.

6. Дополнительные материалы и оборудование

Учащимся разрешается использовать линейку и справочные материалы, размещенные в личных кабинетах ОО.

Калькуляторы не используются.

7. Система оценивания

Задания, оцениваемые 1 баллом, считаются выполненными верно, если записан верный ответ.

Задание с максимальным баллом 2 считается выполненным верно и оценивается полным баллом, если выбран правильный путь решения, из записи решения понятен ход его рассуждений, получен верный ответ. В случае

неполного решения задания участнику выставляется балл в соответствии с критериями оценивания.

Максимальный балл за работу – 18. Максимальные баллы по отдельным заданиям указаны в Приложении 1.

Приложение1

**Обобщенный план варианта КИМ
по МАТЕМАТИКЕ**

№ задания	Проверяемые требования к математической подготовке	Коды разделов элементов содержания	Коды требований	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания
Часть 1					
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1	1	Б	1
2	Выполнять тождественные преобразования алгебраических выражений	2	2	Б	1
3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	7	5	Б	1
4	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	3	3	Б	1
5	Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности и статистики	8	6	Б	1
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	7	5	Б	1
7	Решать несложные практические расчетные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	1	7	Б	1
8	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1	1	Б	1
9	Изображать числа точками на координатной прямой	6	1	Б	1
10	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	7	5	Б	1
Часть 2					
11	Осуществлять практические расчеты по формулам, составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами	2	2	П	2
12	Уметь строить и читать графики функций	5	4	П	2
13	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	7	5	П	2
14	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	1	7	П	2

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 10 являются или целое число, или десятичная дробь, или последовательность цифр, которые следует записать в бланк ответов справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами

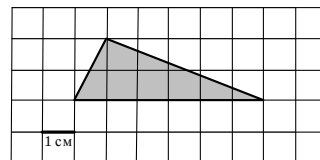
1 Вычислите: $5,2 + \frac{1}{3} \cdot 4,2$.

Ответ: _____.

2 Найдите значение выражения $b^{-18} \cdot (b^5)^4$ при $b = -2$.

Ответ: _____.

3 На клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображён треугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в см^2 .



Ответ: _____.

В бланк запишите только число.

4 Найдите отрицательный корень уравнения $x^2 - x - 56 = 0$.

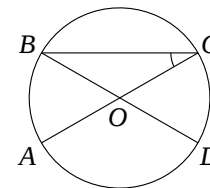
Ответ: _____.

5 В соревнованиях по прыжкам в воду участвуют 35 спортсменов: 7 из России, 12 из Китая, 9 из Японии и 7 из США. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из России.

Ответ: _____.

В бланк запишите только число.

6 Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O . Угол AOD равен 114° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

В бланк запишите только число.

7 Налог на доходы физических лиц в России составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 20 000 рублей. Сколько рублей он получит после уплаты налога?

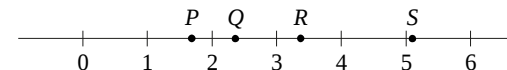
Ответ: _____.

В бланк запишите только число.

8 Найдите значение выражения $(2 + \sqrt{3})^2 - \sqrt{48}$.

Ответ: _____.

9 На координатной прямой отмечены точки P, Q, R и S .



Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.

ТОЧКИ	ЧИСЛА
P	1) $\sqrt{10}$
Q	2) $\frac{7}{3}$
R	3) $\sqrt{26}$
S	4) $0,6^{-1}$

Запишите в ответ **цифры**, которыми обозначены выбранные числа.

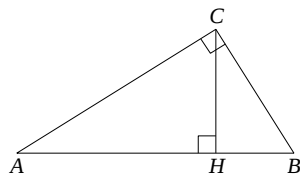
Ответ:

P	Q	R	S

В бланк запишите **ТОЛЬКО ЦИФРЫ** в том порядке, в котором они идут в таблице, не разделяя их запятыми.

10

В треугольнике ABC угол ACB равен 90° , $\cos A = 0,8$, $AC = 4$. Отрезок CH — высота треугольника ABC (см. рис.). Найдите длину отрезка AH .



Ответ: _____.

В бланк запишите только число.

Не забудьте перенести все ответы в бланк тестирования!

Часть 2

Решение задания 11 записывается на лицевой стороне бланка тестирования напротив соответствующего номера задания (клеточки учитывать не нужно). Решения для заданий 12 – 14 записываются на обороте бланка тестирования. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Важно! Чертежи в заданиях 12 и 13 можно сначала выполнить карандашом, но впоследствии обязательно обвести ручкой!

11

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 384 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 48 часов.

12

Постройте график функции $y = \frac{6x+7}{6x^2+7x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

13

Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

14

Найдите все четырёхзначные числа, кратные 12, произведения цифр которых равно 10.

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
1	6,6
2	4
3	6
4	-7
5	0,2
6	33
7	17 400
8	7
9	4213
10	3,2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

11 **Решение.**

Пусть x км/ч – скорость теплохода в неподвижной воде, тогда $x + 4$ км/ч – скорость теплохода по течению, $x - 4$ км/ч – скорость теплохода против течения. Время движения теплохода по течению – $\frac{384}{x + 4}$ (ч),

время против течения – $\frac{384}{x - 4}$ (ч), суммарное время движения теплохода – 40 ч.

$\frac{384}{x + 4} + \frac{384}{x - 4} = 40$; $5x^2 - 96x - 80 = 0$; корни квадратного уравнения: $x =$

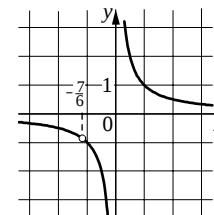
20, $x = -0,8$. Найденные корни являются корнями дробно-рационального уравнения. Получили, скорость теплохода в неподвижной воде 20 км/ч.

Ответ: 20 км/ч.

Критерии оценивания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно составлено дробно-рациональное уравнение, получены неверные корни из-за арифметической ошибки ИЛИ Верно составлено и решено уравнение, не отброшен лишний корень	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

12

Решение. Преобразуем выражение: $\frac{6x + 7}{6x^2 + 7x} = \frac{6x + 7}{x(6x + 7)} = \frac{1}{x}$ при условии, что $x \neq -\frac{7}{6}$. Строим график функции $y = \frac{1}{x}$ при $x \neq -\frac{7}{6}$.

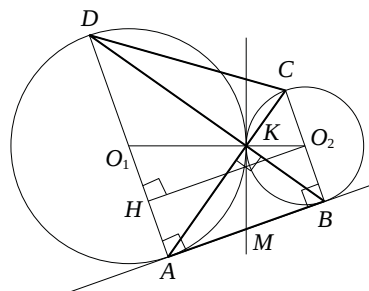


Прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку, если она проходит через точку $\left(-\frac{7}{6}; -\frac{6}{7}\right)$. Получаем, что $k = \frac{36}{49}$.

Ответ: $\frac{36}{49}$.

Критерии оценивания	Баллы
График построен верно, верно найдено искомое значение параметра	2
График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

13 Решение. Обозначим центры окружностей O_1 и O_2 соответственно. Пусть общая касательная, проведённая к окружностям в точке K , пересекает AB в точке M . По свойству касательных, проведённых из одной точки, $AM = KM$ и $KM = BM$. Треугольник AKB , у которого медиана равна половине стороны, к которой она проведена, прямоугольный.



Вписанный угол AKD прямой, поэтому он опирается на диаметр AD . Значит, $AD \perp AB$. Аналогично, получаем, что $BC \perp AB$. Следовательно, прямые AD и BC параллельны.

Пусть первая окружность имеет радиус 4, а вторая — радиус 1.

Треугольники BKC и AKD подобны, $\frac{AD}{BC} = 4$. Пусть $S_{BKC} = S$, то-

гда $S_{AKD} = 16S$.

У треугольников AKD и AKB общая высота, следовательно, $\frac{S_{AKD}}{S_{AKB}} = \frac{DK}{KB} = \frac{AD}{BC}$, то есть $S_{AKB} = 4S$. Аналогично, $S_{CKD} = 4S$. Площадь трапеции $ABCD$ равна $25S$.

Вычислим площадь трапеции $ABCD$. Проведём к AD перпендикуляр O_2H , равный высоте трапеции, и найдём его из прямоугольного треугольника O_2HO_1 :

$$O_2H = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1H^2} = 4.$$

Тогда

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = 20.$$

Следовательно, $25S = 20$, откуда $S = 0,8$ и $S_{AKB} = 4S = 3,2$.

Ответ: 3,2.

Критерии оценивания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
При обоснованном решении получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 Решение. Четырёхзначное число $\overline{abcd}:12$, следовательно, $\overline{abcd}:3$ и $\overline{abcd}:4$.

Получаем, что $(a + b + c + d):3$, $\overline{cd}:4$, а произведение цифр $abcd$ равно 10.

Число 10 раскладывается в произведение четырех множителей $10 = 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 5$.

$\overline{cd} = 12$, тогда $ab \cdot 1 \cdot 2 = 10$. Получаем два числа: 1512 и 5112 — эти числа кратны 3.

$\overline{cd} = 52$, тогда $ab \cdot 5 \cdot 2 = 10$. Получаем число 1152 — это число кратно 3.

Ответ: 1152, 1512, 5112.

Критерии оценивания	Баллы
Обоснованно получены все четырехзначные числа с заданными свойствами	2
Обоснованно получены одно-два четырехзначных числа с заданными свойствами	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2